

Comportement du solide déformable

Résistance Des Matériaux

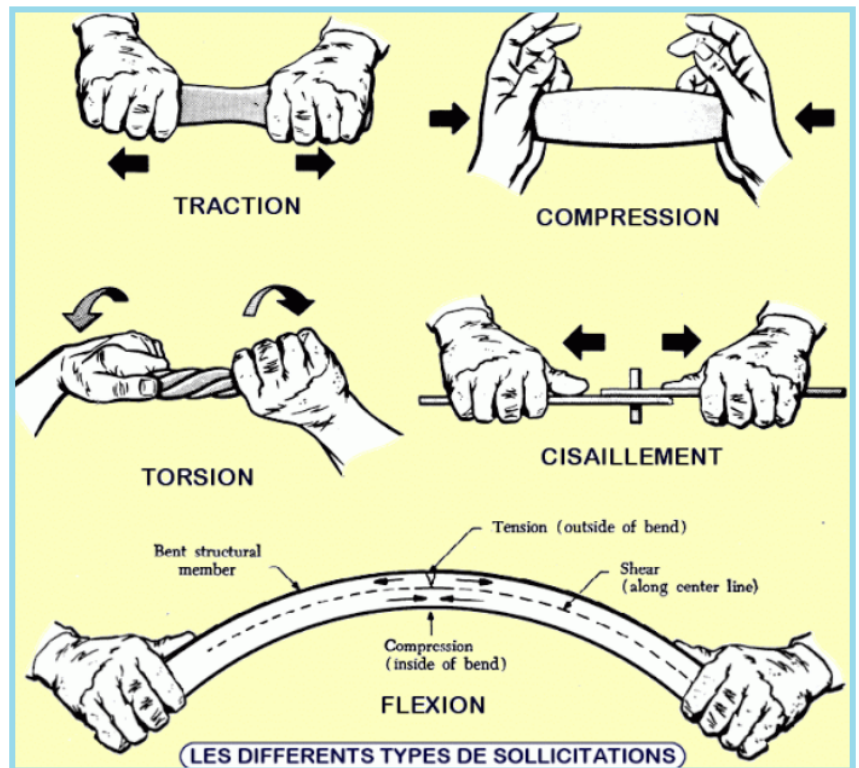
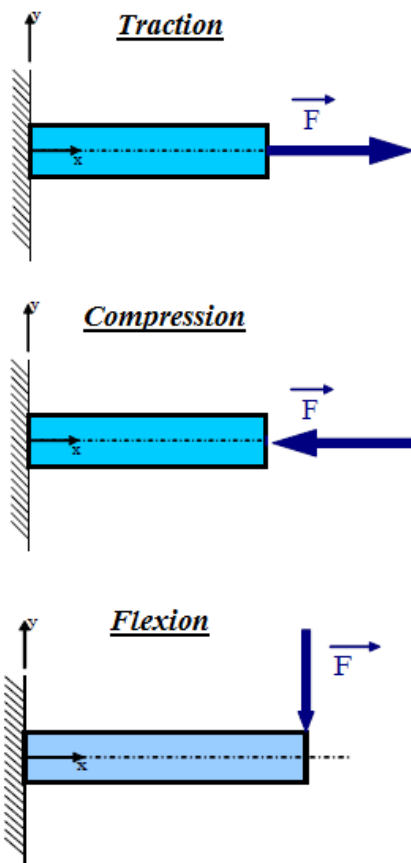
Introduction – Les principaux objectifs des études en Rdm

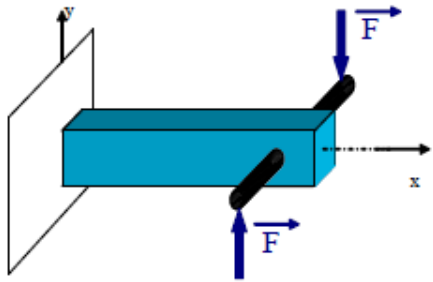
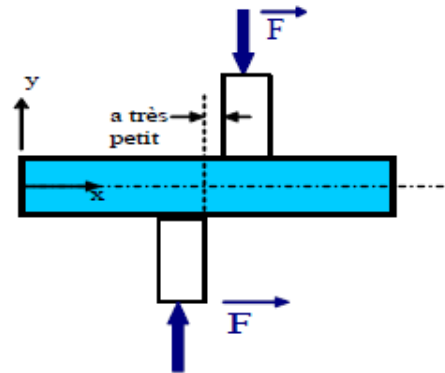
La résistance des matériaux a trois objectifs principaux :

- la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux. (Comportement sous l'effet d'une action mécanique)
- l'étude de la résistance des pièces mécaniques. (résistance ou rupture)
- l'étude de la déformation des pièces mécaniques.

Ces études permettent de choisir le matériau et les dimensions d'une pièce mécanique en fonction des conditions de déformation et de résistance requises.

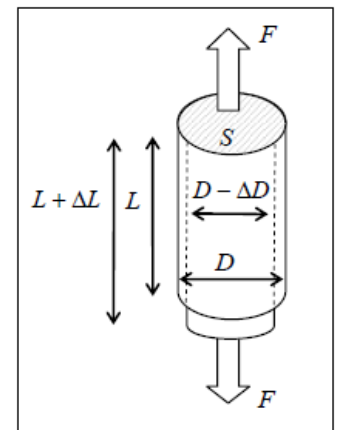
1/ Les sollicitations « simples » en Rdm



TorsionCisaillement**2/ Notions de contraintes**

Les contraintes produisent des déformations sur le milieu où elles sont appliquées. Lorsque l'on exerce une traction ou une compression sur un cylindre par exemple, on constate que sa longueur et sa largeur varient. On distinguera donc :

- Un allongement relatif :
- Un élargissement relatif inversement proportionnel à l'allongement :

**3/ Hypothèses de la Rdm, champ d'application****3.1° Le matériau doit être :**

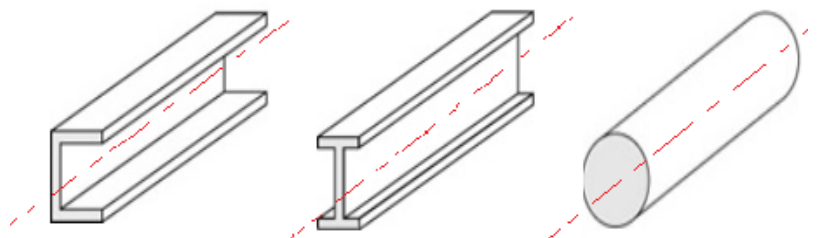
- **homogène** : Structure continue et identique dans toutes les directions. Cette hypothèse est fausse pour tous les matériaux granuleux ou fibreux (béton, pierre, bois, composites, ...)
- **isotrope** : Mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions.

Cette hypothèse est fausse pour tous les matériaux granuleux ou fibreux.

3.2° Cas des pièces pouvant être assimilées à des solides « poutre » :**Disposition de la matière, définition d'une poutre :**

Les caractéristiques de la poutre sont :

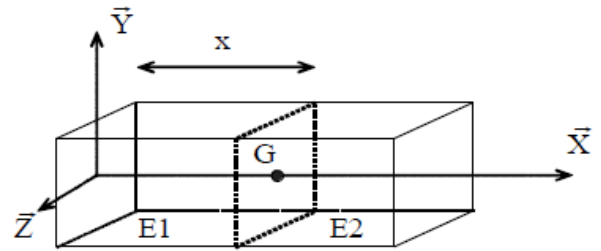
- Ligne moyenne droite ou à grand rayon de courbure.
- Section droite (S) constante ou variant progressivement.
- Grande longueur par rapport aux dimensions transversales.
- Existence d'un plan de symétrie.



4/ Efforts de cohésion dans le modèle poutre

Pour étudier une poutre (E) en équilibre sous l'action de plusieurs forces extérieures, il faut modéliser ce qui se passe dans la matière. Pour se faire, on réalise une **coupure fictive** de la poutre située à l'abscisse x qui la sépare en 2 tronçons E1 et E2.

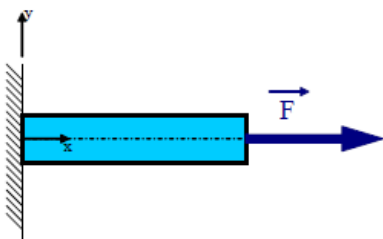
Les efforts de cohésion traduisent les actions de contact de (E2) sur (E1). Ces efforts de cohésion permettent à la poutre de ne pas se "disloquer" sous l'effet d'actions extérieures.



On note les efforts de cohésion de la façon suivante :

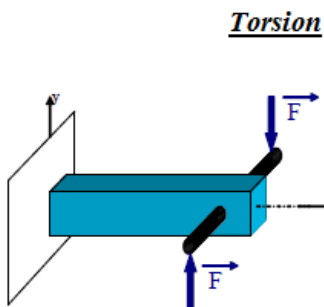
<u>Résultante :</u>	<u>Moment :</u>
$\bar{R}_R \left \begin{array}{l} N \rightarrow \\ Ty \rightarrow \\ Tz \rightarrow \end{array} \right.$	$\bar{M}_G \left \begin{array}{l} Mt \rightarrow \\ Mfy \rightarrow \\ Mfz \rightarrow \end{array} \right.$

5/ Efforts de cohésion - Sollicitations simples

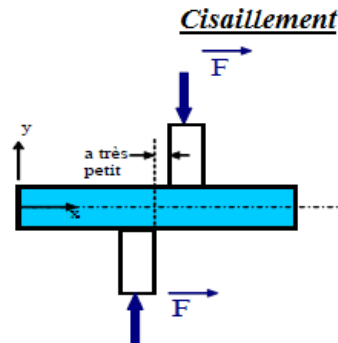


Traction / Compression

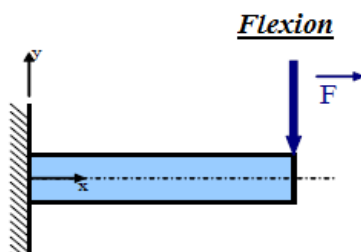
Si $N > 0$: Traction
Si $N < 0$: Compression



Torsion



Cisaillement



Flexion

6/ Notions de contraintes

6.1° Définition :

Les efforts de cohésion induisent des contraintes à l'intérieur de la pièce qui caractérisent les actions mécaniques de cohésion interne au matériau qui existent entre les grains de matière.

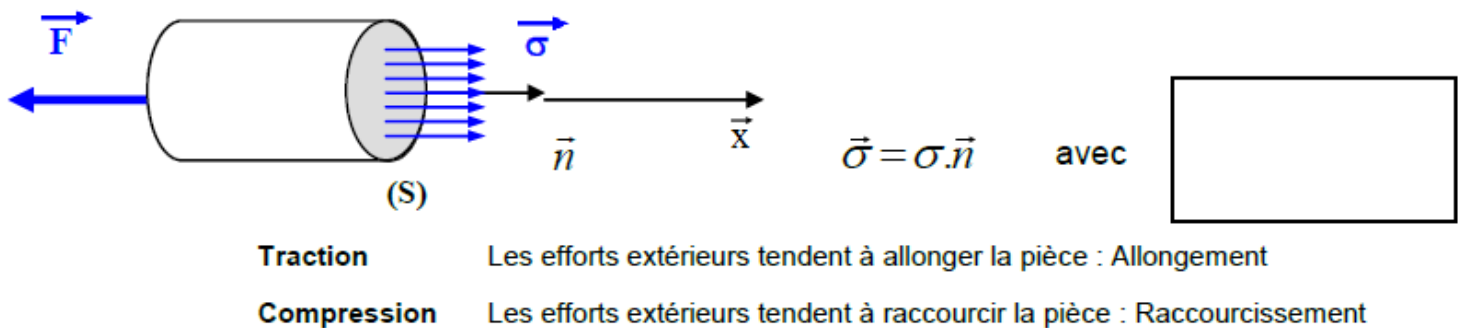
Remarque : Une contrainte est assimilable à une pression. C'est un effort par unité de surface.

7/ Sollicitation en traction - compression

7.1° Détermination de la contrainte normale:

Quand une pièce est sollicitée à ses deux extrémités par deux efforts F parallèles à l'axe longitudinal de la pièce, la répartition des contraintes dans la section (S) est uniforme et normale à la surface :

La contrainte normale de traction vaut :



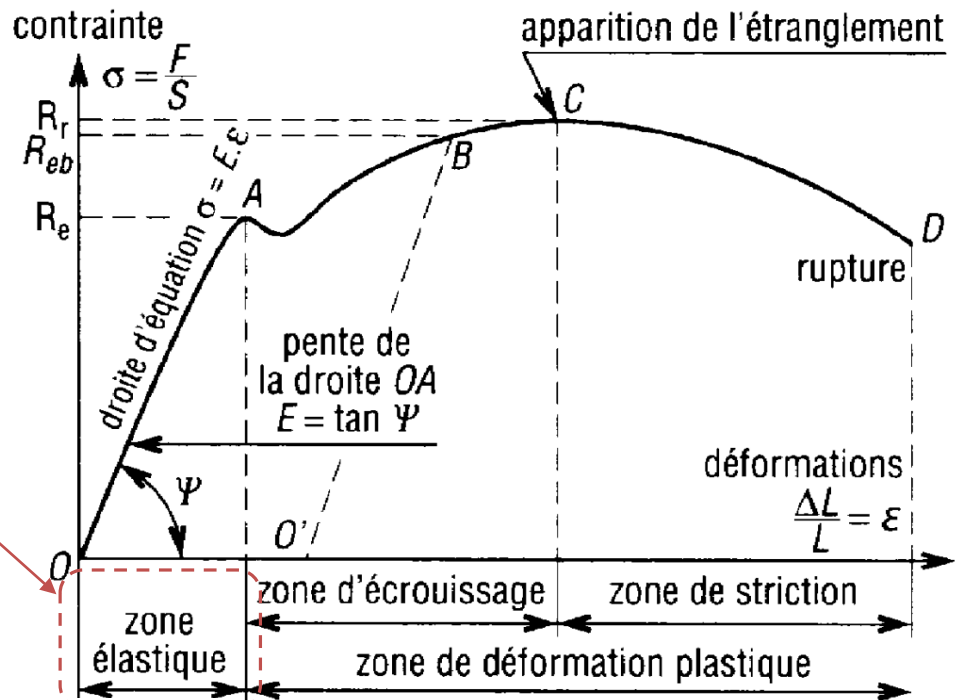
7.2° La loi de Hooke

Lorsqu'une pièce se déforme dans son domaine élastique, son allongement est proportionnel à la contrainte appliquée. « E » appelé Module d'Young correspond à la raideur du matériau.

Avec : σ : contrainte normale de traction (Mpa)
 E : Module d'élasticité longitudinal (Mpa)
 ϵ : allongement unitaire (déformation par unité de longueur)



Nous ne nous intéresserons qu'à cette zone d'étude :



Caractéristiques de quelques matériaux :

E [N/mm²] : module d'élasticité ou de Young.
 G [N/mm²] : module d'élasticité transversale.
 ν : nombre de Poisson.
 σ_1 [N/mm²] : limite élastique en traction.
 $\rho \cdot 10^3$ kg/m³ : masse volumique.

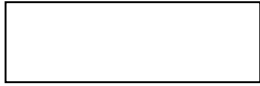
Matériau	E	G	ν	σ_1	ρ
Fer	200000	80000	0,24	200	7,80
Acier XC10	216000	86400	0,29		7,80
Acier C32	200000	80000	0,24	370	7,80
Acier C45	200000	80000	0,24	400	7,80
Acier 35NCD4	200000	80000	0,24	900	7,80
Acier 45SCD6	220000	88000	0,28	1450	7,80
Acier inox. 18.10	203000	81200	0,29	200	7,90
Fonte grise courante	90000	36000	0,29	190	7,20
Titane TA6V	105500	42200	0,34	300	4,50
Alliage titane Ti 4 Al 4	115000	46000	0,34	900	4,42
Aluminium	70500	28200	0,34	150	2,70
Alliage AU 4 G	72000	28800	0,32	200	2,80
Alliage AU 2 GN	75000	30000	0,34	370	2,80
Zicral AZ 8 GU	72000	28800	0,34	550	2,80
Cuivre	100000	40000	0,33	180	8,90
Laiton Cu Zn 5	125000	50000	0,38	200	8,30
Laiton Cu Zn 40	105000	42000	0,34	220	8,30
Bronze ordinaire	106000	42400	0,31	240	8,40
Bronze au beryllium	130000	52000	0,34	800	8,25
Beryllium	300000	120000	0,05	300	1,85
Magnésium	46000	18400	0,34	180	1,74
Zinc	130000	52000	0,21	120	7,15
Nickel	205000	82000	0,31	300	8,30
Béton	27000		0,20	1,2tract/8 comp	2,20
Granit	60000		0,27	65-150	2,70
Bois Chêne	10000	500		12	0,80
Bois pin Sylvestre	17000	1000	0,45	11	0,60
Plexiglas	2900	1160	0,40	80	1,80
Verre	60000	24000	0,20	60	2,50
Araldite	3000	1200	0,40	70	1,15
Caoutchouc	2	0,8	0,50		0,98

Les différents modules de Young

7.3° Conditions de résistance :

Pour qu'une pièce résiste aux efforts de traction sans subir de déformation permanente il faut que la contrainte interne ne dépasse pas la limite élastique R_e (en MPa) du matériau.

Pour des raisons de sécurité et compte tenu des hypothèses faites avec les modélisations, la contrainte normale σ doit rester inférieure à une valeur limite appelée contrainte pratique à l'extension R_{pe} (aussi noté σ_{pe}). On considère que c'est la contrainte maximale admissible.

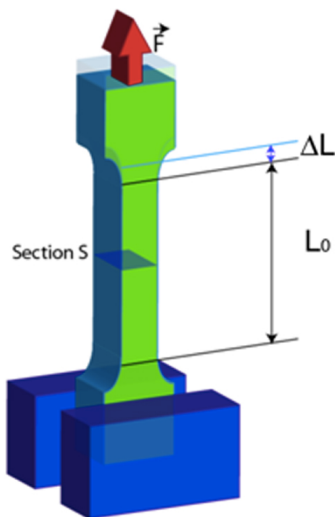


Avec s : coefficient de sécurité >1

Il faut à l'origine que $\sigma \leq R_e$, Condition de résistance : $\sigma \leq R_{pe}$

Exemples de coefficients de sécurité s :

Coefficient de sécurité (s)	Conditions générales de calculs	Exemples
1,5 à 2	Cas exceptionnels de grande légèreté Hypothèses de charges surévaluées	
2 à 3	Construction légère Hypothèses de calculs défavorables	Aviation
3 à 4	Bonne construction Calculs soignés	Haubans fixes
4 à 5	Construction courante Légers efforts dynamiques	Treuil
5 à 8	Calculs sommaires, efforts difficiles à évaluer Chocs, mouvements alternatifs	Appareils de manutention
8 à 10	Matériaux non homogènes Chocs	Elingues de levage
10 à 15	Efforts très mal connus Chocs très importants	Presses, ascenseurs

7.3° Exemple : essai de traction

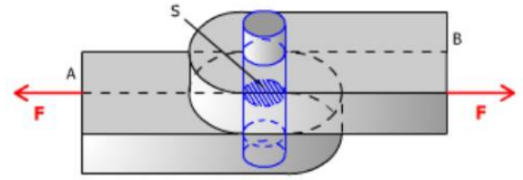
On réalise un essai de traction sur une éprouvette de section 10x16 en acier S235, on impose un coefficient de sécurité de 10.

L'éprouvette va-t-elle résister à un effort de 3000N ?

8/ Sollicitation en cisaillement

8.1° Contraintes dans la section droite :

Les contraintes tangentielles sont sensiblement uniformément réparties dans une section droite. On définit une contrainte moyenne τ_{moy} égale à τ si la répartition des contraintes tangentielles était uniforme.



Avec : - τ : Contrainte tangentielle de cisaillement (Mpa)
 - T : Norme de l'effort tranchant (N)
 - S : Aire de la section droite (mm²)

8.2° Conditions de résistance :

La condition de résistance pour une sollicitation de cisaillement est la même que pour la traction en prenant en compte la résistance pratique au cisaillement (ou glissement) R_{pg} :

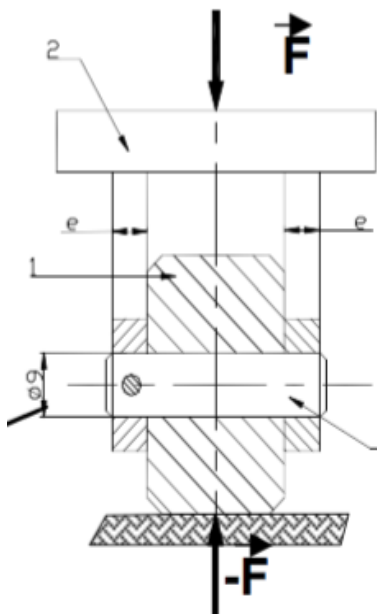


Avec : R_{pg} : Résistance élastique au glissement (MPa)

Soit la condition de résistance :



8.3° Exemple : Cisaillement d'un axe de roue

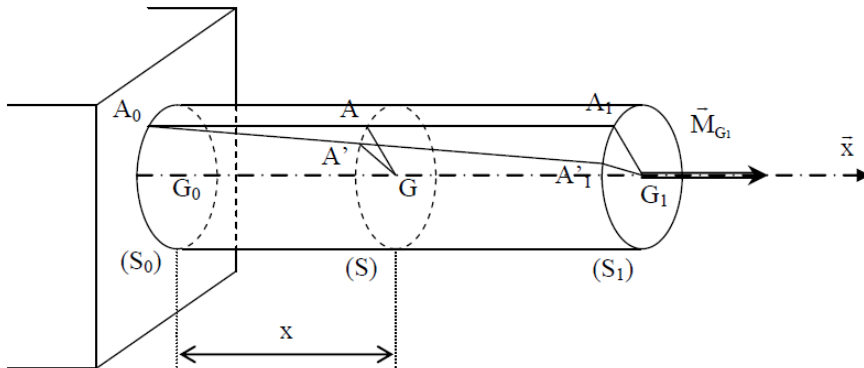


La roue (1) est liée au support (2) grâce à un axe (3) de diamètre 9mm.
 Le support reçoit une force de 400 daN.
 L'axe est en acier E335, le cahier des charges impose un coefficient de sécurité de 5.

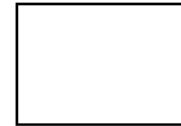
L'axe risque-t-il de se cisailer ?

9/ Sollicitation en torsion

9.1° Déformations :



Comme l'angle α varie proportionnellement à la distance x , on peut écrire :

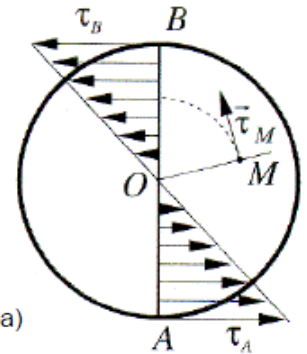


θ : angle de torsion unitaire (rd.mm⁻¹)

9.2° Contraintes dans la section droite :

Après analyse, nous remarquons que la valeur de la contrainte tangentielle en un point M est proportionnelle à la distance de ce point au centre de la section. D'où la répartition des contraintes tangentielles dans la section droite :

Ce qui amène cette relation liant le rayon à la contrainte tangentielle :



Avec :

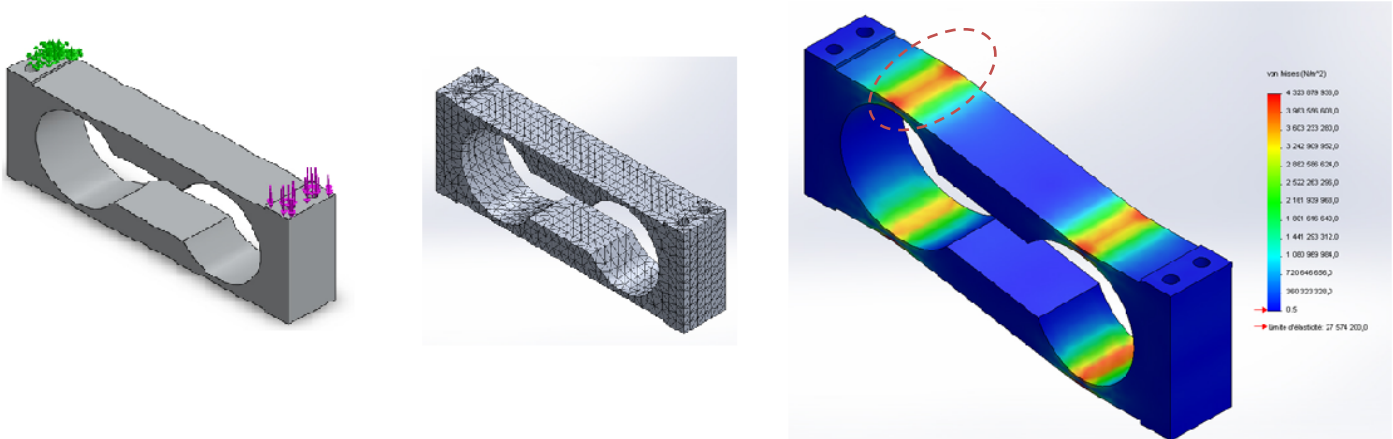
- τ_M : Contrainte tangentielle dans le matériau.(Mpa)
- G : module d'élasticité transversale du matériau (ou module de Coulomb) (Mpa)
- ρ_M : rayon considéré pour l'analyse (mm)



10/ Concentration de contrainte :

On a vu que la RdM s'appliquait dans le cadre d'hypothèses strictes et pour des solides de type poutre. En réalité, les structures étudiées ne sont pas des formes idéales et présentent des singularités de forme (perçage, filetage, gorge, épaulement...).

Exemple de concentration de contrainte :



Pour prendre en compte ces singularités, on majore parfois les contraintes par des coefficients de concentration de contraintes k_t (ou k) tels que :

$$k_t \cdot \sigma \leq Rpe$$

Avec : $s \cdot k_t \cdot \sigma < Re$