

CORRIGE

Nota: les pièces du mécanisme n' étanpas numérotées, le repèrage des actions mécaniques n' st pas des plus rigoureux, mais à peu d' importance car le risque de confusion entre actions est faible !!

1- Etude des liaisons

* En A: liaison rotule de centre A

$$\{\mathcal{T}_{A(\bar{e} \rightarrow e)}\} = \begin{pmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{dsR}$$

* En D: liaison linéaire annulaire d'axe (D,z)

$$\{\mathcal{T}_{D(\bar{e} \rightarrow e)}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_D & 0 \\ Z_D & 0 \end{pmatrix}_{dsR}$$

2- On isole l'ensemble (arbre + pignons)

Bilan des Actions Mécaniques Extérieures: $\{\mathcal{T}_{A(\bar{e} \rightarrow e)}\}$; $\{\mathcal{T}_{B(\bar{e} \rightarrow e)}\}$; $\{\mathcal{T}_{C(\bar{e} \rightarrow e)}\}$; $\{\mathcal{T}_{D(\bar{e} \rightarrow e)}\}$

On réduit les actions en A

$$\{\mathcal{T}_{A(\bar{e} \rightarrow e)}\} = \begin{pmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{dsR}$$

* $\mathcal{T}_{B(\bar{e} \rightarrow e)}$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A \vec{B} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_B \vec{B} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{B}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (a+b+c) \\ r_2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R_B \\ T_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_B \cdot r_2 \\ -T_B \cdot (a+b+c) \\ R_B \cdot (a+b+c) \end{pmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}_{B(\bar{e} \rightarrow e)}\} = \begin{pmatrix} 0 & T_B \cdot r_2 \\ R_B & -T_B \cdot (a+b+c) \\ T_B & R_B \cdot (a+b+c) \end{pmatrix}_{dsR}$$

* $\mathcal{T}_{D(\bar{e} \rightarrow e)}$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_A \vec{D} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_D \vec{D} + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{D}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (a+b) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_D \\ Z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -Z_D \cdot (a+b) \\ Y_D \cdot (a+b) \end{pmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}_{D(\bar{e} \rightarrow e)}\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_D & -Z_D \cdot (a+b) \\ Z_D & Y_D \cdot (a+b) \end{pmatrix}_{dsR}$$

$$* \mathcal{T}_{C(\vec{e} \rightarrow e)} \quad \vec{\mathcal{M}}_A \vec{C} = \vec{\mathcal{M}}_C \vec{C} + \vec{AC} \wedge \vec{C}$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a \\ r_1 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ R_C \\ T_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_C \cdot r_1 \\ T_C \cdot a \\ R_C \cdot a \end{vmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}_{C(\vec{e} \rightarrow e)}\} = \begin{vmatrix} 0 & T_C \cdot r_1 \\ R_C & T_C \cdot a \\ T_C & R_C \cdot a \end{vmatrix}_{dsR}$$

$$PFS: \quad \sum_{i=1}^n \{\mathcal{T}_{C(\vec{e} \rightarrow e)}\} = \{\vec{0}\}$$

Equations de résultantes:

$$\text{sur x:} \quad X_A = 0 \quad (1)$$

$$\text{sur y:} \quad Y_A + R_B + R_C + Y_D = 0 \quad (2)$$

$$\text{sur z:} \quad Z_A + T_B + T_C + Z_D = 0 \quad (3)$$

Equations de moments:

$$\text{sur x:} \quad T_B \cdot r_2 + T_C \cdot r_1 = 0 \quad (4)$$

$$\text{sur y:} \quad -T_B (a+b+c) - Z_D (a+b) + T_C \cdot a = 0 \quad (5)$$

$$\text{sur z:} \quad R_B (a+b+c) + Y_D (a+b) + R_C \cdot a = 0 \quad (6)$$

3- Application numérique: (pas de démonstration et chiffres arrondis)

Une équation supplémentaire est nécessaire à la résolution. Elle est donnée par une relation de tangente entre les composantes R et T du type: $R = T \tan \alpha$ (attention aux signes)

$$(1): \quad X_A = 0$$

$$(4): \quad T_C = - 1294 \text{ N}$$

$$(5): \quad Z_D = - 379 \text{ N}$$

$$(3): \quad Z_A = 1094 \text{ N}$$

$$(6): \quad Y_D = 452 \text{ N}$$

$$(2): \quad Y_A = 230 \text{ N}$$

$$R_C = - 470 \text{ N}$$

$$R_B = - 210 \text{ N}$$