I TORSEUR CINÉMATIQUE

I.1 Outils torseur

Soit solide S (ou repère) en un point A par rapport à un repère possède un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A\in S/R}}$ et un vecteur taux de rotation $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$. Le torseur cinématique permet de regrouper ces 2 vecteurs dans un « outil » appelé **torseur**, noté

$$\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & V_y \\ \Omega_z & V_z \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$$

Le vecteur taux de rotation $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$ est appelé résultante du torseur cinématique, et le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A\in S/R}}$ est appelé le moment du torseur cinématique.

II CAS DES MOUVEMENTS PLAN SUR PLAN

II.1 Définition d'un mouvement plan sur plan

Soit un solide S associé au repère $\Re(\vec{x},\vec{y},\vec{z}=\overrightarrow{z_0})$,en mouvement par rapport au repère $\Re_0(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$. Si le plan P $(O,\vec{x},\vec{y})$, lié à S reste constamment confondu avec le plan P_0 $(O_0\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0})$. lié à R_0, alors le mouvement de S par rapport à R est qualifié de mouvement plan sur plan.

II.1.1 Propriétés

La définition précédente implique les 2 conséquences suivantes :

- Les vecteurs vitesse de tous points de S en mouvement par rapport au repère R_0 restent parallèles au plan P_0 (ou P). C'est-à-dire :

$$\forall M \in S, \overrightarrow{V_{M\in S/0}}.\vec{z} = 0$$

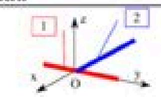
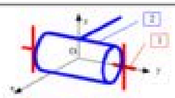
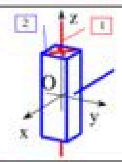
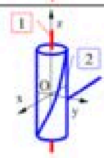
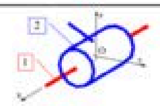
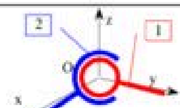
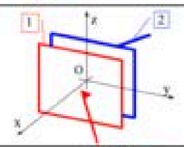
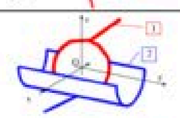
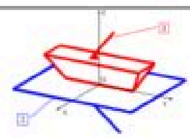
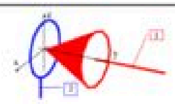
- Le vecteur taux de rotation de S par rapport à R_0 a une seule composante portée par l'axe z . C'est-à-dire :

$$\overrightarrow{\Omega_{S/0}} = {}_{\Re_0}\left|\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_z \end{matrix}\right.$$

Par conséquent, les torseurs cinématiques, dans le cas de mouvements plan sur plan de normale $\vec{z}$ se simplifient grandement et s'écrivent :

$$\{\mathcal{V}_{S/R}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \\ \overrightarrow{V_{A\in S/R}} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & V_y \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}}$$

Le tableau ci-dessous respecte les notations usuelles et à utiliser par défaut si aucune notation n'est imposée par le sujet.

Nom complet de la liaison.	***Schéma cinématique spatial.***	***Torseur cinématique associé à la liaison.***	***Lieu de l'espace, ou la forme canonique est conservée.***
Liaison encastrement de centre O.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{V_{O_{2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}=\vec{0}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison pivot de centre O d'axe y.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ \omega_{y_{2/1}} & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\vec{0}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'axe de la liaison.*
Liaison glissière de centre O d'axe z.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & v_{z_{O2/1}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{V_{O_{2/1}}}$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison hélicoïdale de centre O d'axe z (pas à droite)		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega_{z_{2/1}} & v_{z_{O2/1}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{v_{z_{O2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{v_{z_{O2/1}}}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point de l'axe de la liaison.*
Liaison pivot glissant de centre O d'axe x.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\omega_{x_{2/1}} & v_{x_{O2/1}}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{v_{x_{O2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{v_{x_{O2/1}}}$ *si A appartient à l'axe de la liaison.* *La forme canonique du torseur est conservée en tout point de l'axe de la liaison.*
Liaison rotule de centre O.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\omega_{x_{2/1}} & 0\\ \omega_{y_{2/1}} & 0\\ \omega_{z_{2/1}} & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison appui plan de centre O de normale x		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\omega_{x_{2/1}} & 0\\ 0 & v_{y_{O2/1}}\\ 0 & v_{z_{O2/1}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{V_{O_{2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}=\left\vert\begin{matrix}0\\ v_{y_{O2/1}}-\omega_{x_{2/1}}\bullet z_A\\ v_{z_{O2/1}}+\omega_{x_{2/1}}\bullet y_A\end{matrix}\right.$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A de l'espace.*
Liaison linéaire annulaire de centre O d'axe y.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\omega_{x_{2/1}} & 0\\ \omega_{y_{2/1}} & v_{y_{O2/1}}\\ \omega_{z_{2/1}} & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{v_{y_{O2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$ *La forme canonique du torseur est conservée au seul centre O de la liaison.*
Liaison linéaire rectiligne de centre O d'axe y de normale z.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}0 & v_{x_{O2/1}}\\ \omega_{y_{2/1}} & v_{y_{O2/1}}\\ \omega_{z_{2/1}} & 0\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{V_{O_{2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\left\vert\begin{matrix}v_{x_{O2/1}}+\omega_{y_{2/1}}\bullet z_A-\omega_{z_{2/1}}\bullet y_A\\ v_{y_{O2/1}}+\omega_{z_{2/1}}\bullet x_A\\ -\omega_{y_{2/1}}\bullet x_A\end{matrix}\right.$ *La forme canonique du torseur est conservée en tout point A appartenant au plan formé par la normale et l'axe de la liaison.*
Liaison ponctuelle de centre O de normale y.		$\{\vartheta_{2/1}\}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\\ \overrightarrow{V_{O_{2/1}}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}={}_{O}\left\{\begin{matrix}\omega_{x_{2/1}} & v_{x_{O2/1}}\\ \omega_{y_{2/1}} & 0\\ \omega_{z_{2/1}} & v_{z_{O2/1}}\end{matrix}\right\}_{\mathfrak{R}}$	$\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\overrightarrow{V_{O_{2/1}}}+\overrightarrow{\Omega_{2/1}}\wedge\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{V_{A_{2/1}}}=\left\vert\begin{matrix}v_{x_{O2/1}}+\omega_{y_{2/1}}\bullet z_A-\omega_{z_{2/1}}\bullet y_A\\ \omega_{z_{2/1}}\bullet x_A-\omega_{x_{2/1}}\bullet z_A\\ v_{z_{O2/1}}+\omega_{x_{2/1}}\bullet y_A-\omega_{y_{2/1}}\bullet x_A\end{matrix}\right.$ *La forme canonique est conservée en tout point A de la normale de la liaison.*