Portes logiques et algèbre de Boole

Exercice 1

1)

a.

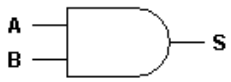
$$= \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$

b.

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$= \overline{\overline{A} + \overline{B}} = A.B$$

La fonction logique réalisée est : le ET logique (AND), son symbole est :



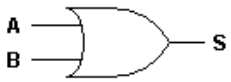
2)

$$= \overline{\overline{A}.\overline{B}}$$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$= \overline{\overline{A}.\overline{B}} = A + B$$

La fonction logique réalisée est : le OU logique (OR), son symbole est :



3)

$$= \overline{\overline{A.\overline{A.B}}.\overline{B.\overline{A.B}}}$$

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$= \overline{\overline{A.\overline{A.B}}.\overline{B.\overline{A.B}}} = A.\overline{B} + \overline{A}.B = A \oplus B$$

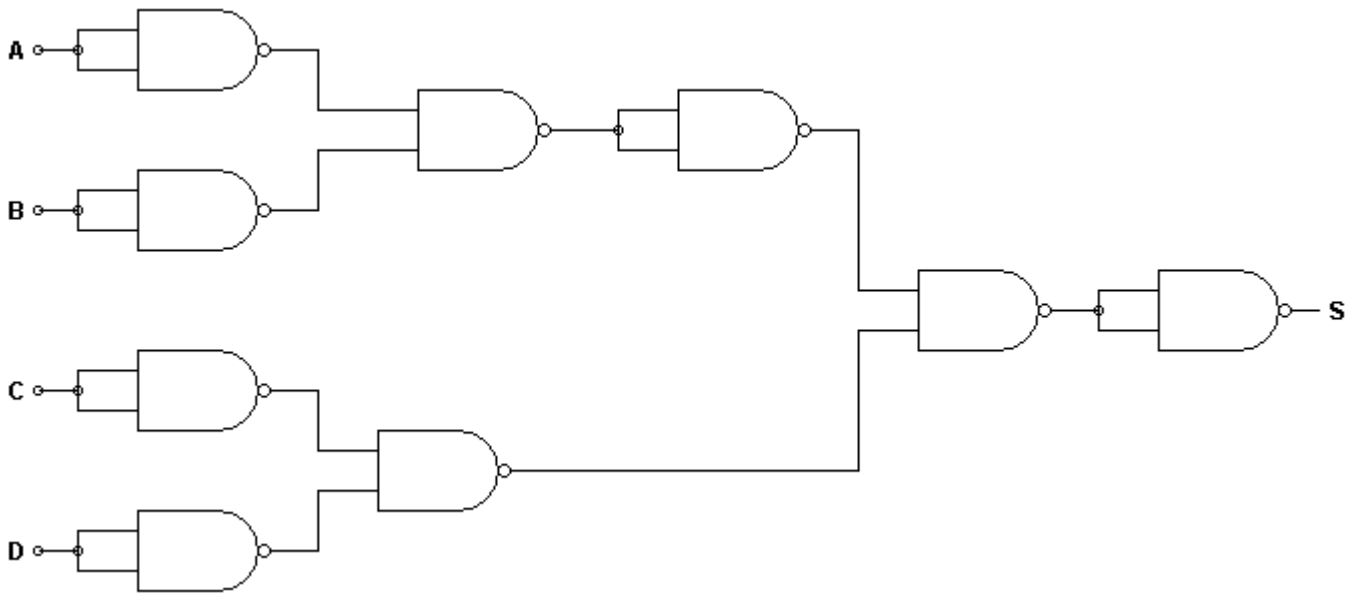
La fonction logique réalisée est : le OU exclusif (XOR), son symbole est :

Exercice 2

1.

$$= \overline{\overline{A+B}.\overline{C}.\overline{D}}$$

2.



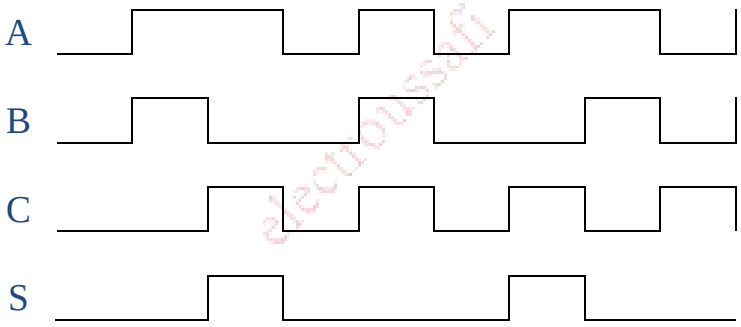
Exercice 3

1.

C	B	A	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

2. $= A.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C = C.(A.\overline{B} + \overline{A}.B) = C.(A \oplus B)$

3.



Exercice 4

$E = \bar{a}bc + ac + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}$

$E = \bar{a}(bc + \bar{b}) + a(c + \bar{b}\bar{c})$

$E = \bar{a}(c + \bar{b}) + a(c + \bar{b})$

$E = (\bar{a} + a)(c + \bar{b})$

$E = (c + \bar{b})$

$F = (\bar{a} + b)(a + b + d).\bar{d}$

$F = (\bar{a} + b)(a\bar{d} + b\bar{d} + d\bar{d})$

$F = (\bar{a} + b)(a\bar{d} + b\bar{d})$

$F = \bar{a}a\bar{d} + \bar{a}b\bar{d} + ba\bar{d} + bb\bar{d}$

$F = \bar{a}b\bar{d} + ab\bar{d} + b\bar{d}$

$F = b\bar{d}(\bar{a} + a + 1)$

$F = b\bar{d}$

$G = (a+b)(a+c) + (b+c)(b+a) + (c+a)(c+b)$

$G = aa + ac + ba + bc + bb + ba + bc + ca + cc + cb + ac + ab$

$G = a + ac + ab + bc + b + ab + bc + ac + c + bc + ac + ab$

$G = a + b + c$

$H = abc + a\bar{b}c + ab\bar{c}$

$H = a(bc + \bar{b}c + b\,\bar{c})$

$H = a[b\ (c + \bar{c}) + \bar{b}c]$

$H = a(b + \bar{b}c)$

$H = a(b + c)$

Exercice 5

1. $\overline{A}(A+\overline{B})(\overline{A}+B) = \overline{A}(\overline{A}+B)(A+\overline{B})$

$= \overline{A}(\overline{A}A + AB + \overline{A}\overline{B} + B\overline{B})$

$= \overline{A}(AB + \overline{A}\overline{B})$

$= \overline{A}AB + \overline{A}\overline{A}\overline{B}$

$= \overline{A}\overline{B}$

2. $(B + AB + C)(A + \overline{B} + \overline{A}\overline{C}) = (B + C)(A + \overline{B} + \overline{C})$

$= AB + B\overline{C} + AC + \overline{B}C$

$= AB + B\overline{C} + AC(B + \overline{B}) + \overline{B}C$

$= AB + B\overline{C} + ABC + A\overline{B}C + \overline{B}C$

$= AB + ABC + B\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{B}C$

$= AB(1 + C) + B\overline{C}(1 + A) + \overline{B}C$

$= AB + B\overline{C} + \overline{B}C$

3. $AB + ACD + \overline{B}D = AB + ACD(B + \overline{B}) + \overline{B}D$

$= AB + ABCD + A\overline{B}CD + \overline{B}D$

$= AB(1 + CD) + \overline{B}D(AD + 1)$

$= AB + \overline{B}D$

4. $(\overline{A}+B)(A+C)(B+C) = (\overline{A}+B)(AB+AC+BC+CC)$

$= (\overline{A}+B)(AB+AC+BC+C)$

$= (\overline{A}+B)(AB+C)$

$= \overline{A}AB + ABB + \overline{A}C + BC$

$= AB + \overline{A}C + BC$

$= AB + \overline{A}C + BC + \overline{A}A$

$= A(\overline{A}+B) + C(\overline{A}+B)$

$= (\overline{A}+B)(A+C)$